

ROBUSTNÉ RIADENIE LINEÁRNYCH SYSTÉMOV - PREHĽAD

V. Veselý, D. Rosinová, A. Kozáková, M. Hypišová a E. Grman
STU-FEI-KASR Bratislava
vojtech.vesely@stuba.sk

Abstrakt: V príspevku je uvedený prehľad metód analýzy robustnej stability a návrhu robustných regulátorov pre lineárne časovo invariantné neurčité dynamické systémy.

Príučové slová: Robustné riadenie, Charitonovova veta, Ljapunovova funkcia, LMI, SOF, Kvadratická stabilita, SISO a MIMO systémy.

1 ÚVOD

Spätnoväzobný systém je robustný, ak sa zachovávajú jeho kvalitatívne základné vlastnosti ako je stabilita, kvalita regulácie atď. pri pôsobení rôznych porúch včítane zmeny parametrov objektu. Hlavným cieľom teórie robustného riadenia dynamických systémov je rozpracovať metódy analýzy robustných vlastností reálnych objektov a navrhnúť také regulátory, ktoré zabezpečia robustnosť spätnoväzobného systému.

2 IDENTIFIKÁCIA MODELU NEURČITOSTÍ

Prvým základným problémom teórie automatického riadenia je vytvoriť model neurčitého systému. Základné prístupy tvorby modelov neurčitého systému možno rozdeliť do nasledovných skupín:

- systémy s neštruktúrovanými neurčitosťami
- intervalové systémy
- afinné systémy
- multilineárne systémy.

V príspevku sú uvedené jednotlivé prístupy ako aj ich modifikácie v časovej oblasti.

3 ANALÝZA A SYNTÉZA ROBUSTNÝCH REGULÁTOROV

Na analýzu robustnej stability SISO systému uvažujme model s dynamickou neurčitosťou. Potom stabilitu uzavretého regulačného obvodu a syntézu robustného regulátora možno určiť podľa Nyquistovho kritéria alebo teóriu malého zosilnenia.

Pri rešpektovaní parametrickej neurčitosti je významným výsledkom Charitonovova veta, ktorá určuje nutné a postačujúce podmienky stability. Stabilitu intervalovo zadaného charakteristického polynómu ľubovlného stupňa je možné konkrétne overiť stabilitou štyroch predpísaných vrcholových polynómov. Nevýhodou klasickej podoby Charitonovovej vety z hľadiska neurčitých fyzikálnych parametrov je, že v definícii vyžaduje úplnú vzájomnú nezávislosť neurčitých koeficientov skúmaného charakteristického polynómu a tiež to, že sa obmedzuje len na testovanie stability v spojitých oblastiach.

Ak koeficienty charakteristického polynómu uzavretého regulačného obvodu sa môžu meniť len cez perturbácie parametrov procesu, zatiaľ čo koeficienty regulátora zostávajú konštantné, potom je vhodné použiť Vetu o stabilite na hrane kvádra neurčitosti (Edge theorem) – pre afinné resp. polytopické systémy alebo Zovšeobecnenú Charitonovovu vetu – pre intervalové systémy.

Syntézu robustného regulátora pri rešpektovaní parametrickej neurčitosti je možné uskutočniť napr. pomocou D-kriviek, logaritmicke-frekvenčných charakteristík, atď. aplikovaním vyššie spomenutých metód robustnej analýzy.

Významnou mierou v rozvoji metód robustného riadenia dynamických systémov, ktoré sú opísané stavovými rovnicami s neurčitosťami, prispela najmä Ljapunovova teória stability. Jej podmienky stability je možné zapísať v tvare LMI (lineárnych maticových nerovností) a riešiť konvexný optimalizačný problém.

Polytopický opis neurčitostí našiel prirodzený rámec pre výpočet v LMI formalizme. Preverenie afinných podmienok cez množinu vrcholov polytopu ukázalo, že podmienky sú splnené vo vnútri celého polytopu. Preto s vývojom LMI návrhu riadenia sa začalo navrhovať robustné riadenie s robustnosťou stavového neurčitého polytopického systému. Tieto regulátory sú konzervatívne, pretože LMI afinné podmienky sú použité na tzv. kvadratickú stabilitu, t.j. uzavretý obvod je stabilný v celom polytope pre jednoduchú Ljapunovovu maticu. Toto

obmedzenie nie je nutné na stabilitu, je nutné iba pre riešiteľnosť algoritmu návrhu. Nevýhodou kvadratickej stability je, že zabezpečuje ľubovoľne rýchlu zmenu parametrov, preto je použitá jednoduchá Ljapunovova funkcia pre testovanie stability cez celý kváder neurčitostí. Redukovanie konzervativizmu kvadratickej stability v analýze robustnej stability polytopických systémov je možné zavedením tzv. parametricko-závislej Ljapunovovej funkcie.

V súčasnosti k otvoreným problémom v teórii robustného riadenia patrí návrh spätnoväzobného riadenia od výstupu (SOF). Existujúce nutné a postačujúce podmienky stabilizácie SOF nie sú vo všeobecnosti použiteľné, pretože sú ťažko implementovateľné ako numerický algoritmus a množina riešení SOF je nekonvexná. Ukázalo sa, že veľa problémov návrhu SOF sa môže redukovať na nájdenie prípustného bodu cez obmedzenie v tvare bilineárnej maticovej nerovnosti (BMI). Nedostatkom je, že ide o tzv. „NP-hard“ problém, t.j. nedá sa všeobecne riešiť v reálnom (konečnom) čase.

4 ZÁVER

V príspevku je uvedený stručný prehľad metód analýzy robustnej stability a návrhu robustných regulátorov pre lineárne časovo invariantné dynamické systémy s neurčitosťami. Na konkrétnych príkladoch sú ukázané niektoré postupy návrhu robustného riadenia. Riešenie podmienok stability pri návrhu spätnoväzobného riadenia od výstupu je jednou z otvorených otázok teórie automatického riadenia. Možné spôsoby riešenia alebo vývoj v tejto oblasti je napr. riešenie iteračnou metódou LMI alebo BMI alebo vhodným spôsobom úlohu BMI s nutnou a postačujúcou podmienkou previesť na LMI.