

NÁVRH PSS POMOCOU PARAMETRICKY ZÁVISLEJ LJAPUNOVEJ FUNKCIE

DESIGN OF PSS USING PARAMETER-DEPENDENT LYAPUNOV FUNCTION

Grman, E., Veselý, V.

Katedra automatizovaných systémov riadenia Fakulty elektrotechniky a informatiky
Slovenskej technickej univerzity v Bratislave
grman@kasr.elf.stuba.sk

Abstrakt: Článok prezentuje návrh parametrov systémového stabilizátora PSS pre synchronný generátor s využitím prístupu LMI. Identifikáciou niekoľkých pracovných bodov konkrétneho bloku EMO11 elektrizačnej sústavy SR bol získaný polytopický opis v časovej oblasti. Metódou V-F iterácie pomocou parametricky závislej Ljapunovovej funkcie (PDLF) sa navrhuje D zložka PSS stabilizátora. Výsledky syntézy ukazujú schopnosť dosiahnuť veľmi dobré vlastnosti systému PSS a sú overené v programe MODES, ktorý slúži k zisteniu dynamického chovania modelu elektrizačnej sústavy.

Príčné slová: Elektrizačná sústava, PSS stabilizátor, Ljapunovova funkcia, LMI.

1 ÚVOD

Najdôležitejšou časťou sústavy energetického hospodárstva je elektrizačná sústava. Je to centrálna a jednotne riadený súbor vzájomne prepojených a navzájom sa ovplyvňujúcich elektrární, elektrických rozvodných zariadení a elektrických spotrebičov, ktorý slúži k zásobovaniu spoločnosti elektrickou energiou. Pri prevádzkovaní zložitej ES ako objektu riadenia vzniká rád problémov, ktoré je potrebné riešiť komplexne v oblasti výroby, rozvodu a spotreby elektrickej energie s uvažovaním vzájomných väzieb a s použitím najmodernejších prostriedkov riadenia (Kolcun a kol. 2003).

Elektrizačná sústava v súčasnosti patrí medzi najväčšie a najzložitejšie technické systémy, ktoré sa vyznačujú náchylnosťou ku vzniku trvalých netlmených kmitov. Príčinou vzniku týchto kmitov sú rôzne poruchy ako napr. skraty na vedeniach, pripojenie alebo odpojenie veľkej záťaže a pod. V ES sa prejavujú zhoršením kvality dodávanej elektrickej energie, stability systému ako celku a skraccujú aj životnosť technologických zariadení. Proti ich vzniku sa preto musíme brániť a v prípade potreby zabezpečiť ich rýchly útlm. Na zníženie týchto vplyvov sa účinne používajú systémové PSS stabilizátory, ktoré sú zapojené buď do obvodu regulácie budenia synchronných generátorov alebo do obvodu regulácie výkonu turbín. Rozvoj vedy a techniky v posledných desaťročiach priniesol nové metódy a prostriedky spracovania informácií a riadenia, preto v súčasnosti existuje množstvo prístupov na návrh PSS stabilizátorov.

Predkladaný článok je venovaný návrhu stabilizačnej spätnej väzby resp. D zložky robustného regulátora pomocou LMI prístupu (Boyd a kol. 1994) s využitím parametricky závislej Ljapunovovej funkcie. Predstavený prístup návrhu PSS je demonštrovaný na prípade konkrétneho bloku EMO11 jadrovej elektrárne Mochovce.

2 FORMULÁCIA PROBLÉMU

Uvažujme lineárny časovo-invariantný model synchronného generátora (SG) s budiacim PI regulátorom

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= (A + \delta A)x(t) + (B + \delta B)u(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\tag{1}$$

kde A, B, C sú matice systému, vstupov a výstupov so známymi a konštantnými koeficientmi,

$\delta A, \delta B$ – matice neurčitostí s neznámymi koeficientmi, ale s ohraničenou normou,

$x(t)$ – vektor stavových veličín,

$u(t)$ – vektor riadiacich veličín,

$y(t)$ – vektor výstupných veličín.

Pri afinnom modeli neurčitostí sú matice $\delta A, \delta B$ v tvare

$$\delta A = \sum_{j=1}^p A_j \varepsilon_j, \quad \delta B = \sum_{j=1}^p B_j \varepsilon_j\tag{2}$$

kde $\varepsilon_j \in \langle \underline{\varepsilon}_j, \overline{\varepsilon}_j \rangle$ je vektor neurčitých parametrov, ktorý sa môže meniť v čase,

$\underline{\varepsilon}_j, \overline{\varepsilon}_j$ – známe dolné a horné hranice neurčitostí,
 A_i, B_i – matice so známymi a konštantnými koeficientmi.

Ak neznáme koeficienty $\varepsilon_j, j = 1, 2, \dots, p$ prestriedajú svoje maximálne a minimálne hodnoty, potom v p -rozmernom priestore je možné vytvoriť polytop (kváder neurčitostí) s počtom vrcholov $N = 2^p$.

Pre uzavretý regulačný obvod, ktorý je umiestnený v i -tom vrchole kvádra neurčitostí s algoritmom riadenia $u = FCx$ platí

$$\dot{x}(t) = A_{ci}x(t) = (A_{vi} + B_{vi}FC)x(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

kde $A_{vi} = A_0 + \varepsilon_1 A_1 + \dots + \varepsilon_p A_p$ pre $\varepsilon_j = \underline{\varepsilon}_j$ alebo $\varepsilon_j = \overline{\varepsilon}_j, j = 1, 2, \dots, p$

$B_{vi} = B_0 + \varepsilon_1 B_1 + \dots + \varepsilon_p B_p$ pre $\varepsilon_j = \underline{\varepsilon}_j$ alebo $\varepsilon_j = \overline{\varepsilon}_j, j = 1, 2, \dots, p$

A_{vi} a B_{vi} sú matice umiestnené vo vrchole kvádra neurčitostí.

Konvexná obálka opisujúca polytopický systém na hrane p -rozmerného kvádra neurčitostí je

$$\dot{x}(t) = A(\alpha)x(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_{ci}x(t), \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \quad \alpha_i \in \langle 0, 1 \rangle \quad (4)$$

Veta 1 (Boyd a kol. 1994)

Polytopický systém (4) je kvadraticky stabilný vtedy a len vtedy, ak existuje kladne definitná symetrická matica P ($P = P^T > 0$), ktorá vyhovuje maticovej nerovnici

$$A_{vi}^T P + P A_{vi} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

Kvadratická stabilita je spojená s Ljapunovou funkciou. Pre prípad $N = 1$ určuje nutnú a postačujúcu podmienku stability systému. Pre $N > 1$ kvadratická stabilita znamená splnenie len postačujúcich podmienok stability, lebo zabezpečuje stabilitu aj pre veľmi rýchle zmeny neznámych parametrov ε_j , preto kvadratická stabilita dáva konzervatívne výsledky. Pre zmiernenie konzervatizmu kvadratickej stability resp. pre maximálne priblíženie sa k reálnej hranici stability sa používa Ljapunovova funkcia s premenlivými parametrami napr. affinná Ljapunovova funkcia v tvare (Gahinet a kol. 1996)

$$P(\varepsilon) = P_0 + P_1 \varepsilon_1 + \dots + P_p \varepsilon_p > 0 \quad (6)$$

Pri návrhu PSS stabilizátora resp. D zložky robustného regulátora bola použitá Ljapunovova matica s premenlivými parametrami v tvare

$$P(\alpha) = \sum_{i=1}^N P_i \alpha_i, \quad (7)$$

pričom platí $P(\alpha) > 0$.

Použitím Ljapunovovej matice s premenlivými parametrami $P(\alpha)$ maticová nerovnica

$$A^T(\alpha)P(\alpha) + P(\alpha)A(\alpha) < 0 \quad (8)$$

definuje tzv. parametricky závislú kvadratickú stabilitu (PDQS).

3 NÁVRH PSS STABILIZÁTORA

Pre systém s navrhnutým budiacim PI regulátorom (1) navrhujeme stabilizačnú spätnú väzbu resp. D zložku robustného regulátora.

Zaveďme deriváciu pri spätnej väzbe od činného výkonu

$$u = F_d \dot{y}_d \quad (9)$$

kde $\dot{y}_d = C_d \dot{x} = C_d (A_{vi}x + B_{vi}u)$.

Dosadením a po malej úprave dostávame

$$u = F_1 C_{1i} x \quad (10)$$

$$\text{kde } F_1 = (I - F_d C_d B_{str})^{-1} F_d, \quad C_{1i} = C_d A_{vi}, \quad B_{str} = \frac{\sum_{i=1}^N B_{vi}}{N} \quad (11)$$

Z (11) pre F_1 je možné určiť F_d nasledovne

$$F_d = F_1 (I + C_d B_{str} F_1)^{-1} \quad (12)$$

Lineárnu maticovú nerovnicu (5) aplikovanú na uzavretý obvod s regulátorom F_1 a použitím Ljapunovovej funkcie s premenlivými parametrami (7) možno rozšíriť a upraviť na tvar

$$(A_{vi} + B_{vi} F_1 C_{1i})^T P_i + P_i (A_{vi} + B_{vi} F_1 C_{1i}) + Q + C_{1i}^T F_1^T R F_1 C_{1i} < 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (13)$$

V systéme nerovnic (13) sú neznáme:

- kladne definitné matice P_i (ak existujú)
- spätnoväzobné zosilnenie F_1

Ak tieto matice existujú, potom polytopický systém je PDQS a súčasne matica F zabezpečuje minimálnu hodnotu kritéria kvality regulácie vyhodnotenú funkcionálom

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (14)$$

Pre funkcionál (14) platí nerovnosť

$$\int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt < x_0^T P_i x_0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (15)$$

kde matica P_i je riešením nerovnic (13) a x_0 sú počiatkové podmienky. Riešenie (13) vzhľadom na matice P_i a F_1 patrí do triedy bilineárnych maticových nerovnic (BMI) a v prípade konvexnej úlohy (napr. keď je známa matica F_1) ide o triedu úloh lineárnych maticových nerovnic (LMI). Na úpravu nelineárnych (konvexných) nerovnic na LMI tvar sa používa Schurov komplement.

Návrh D-zložky robustného regulátora sa realizuje pomocou algoritmu V-F iterácie (El Ghaoui a Balakrishnan, 1993), (Hypiusová, 2002), ktorý rieši dve konvexné LMI optimalizačné úlohy. V prvej úlohe sa zafixuje matica F_1 a vypočíta sa matica P_i a v druhej úlohe opačne.

Počiatkovou podmienkou algoritmu je nájsť maticu F_1 , pre ktorú systémy $A_{vi} + B_{vi} F_1 C_{1i}$, $i = 1, 2, \dots, N$ sú všetky stabilné.

Algoritmus 1

1. $j = 1, F_1 = F_{10}$ (Pre stabilné matice $A_{vi}, F_{10} = 0$).

2. Pomocou LMI algoritmu sa vypočíta matica P_{ij} z nasledovných nerovnic

$$\begin{aligned} (A_{vi} + B_{vi} F_{1(j-1)} C_{1i})^T P_{ij} + P_{ij} (A_{vi} + B_{vi} F_{1(j-1)} C_{1i}) + Q + C_{1i}^T F_{1(j-1)}^T R F_{1(j-1)} C_{1i} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N \\ 0 < P_{ij} < \rho I, \quad \rho > 0 \end{aligned} \quad (16)$$

kde ρ je zadané kladné číslo, ktoré zhora ohraničuje maximálne vlastné číslo matice P_{ij} .

3. Pre známu maticu $P_{ij} > 0$ sa vypočíta matica F_{1j} riešením LMI

$$\begin{bmatrix} (A_{vi} + B_{vi} F_{1j} C_{1i})^T P_{ij} + P_{ij} (A_{vi} + B_{vi} F_{1j} C_{1i}) + Q & C_{1i}^T F_{1j}^T R \\ R F_{1j} C_{1i} & -R \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

4. Vypočíta sa chyba $er = \|F_{1j} - F_{1(j-1)}\|$.

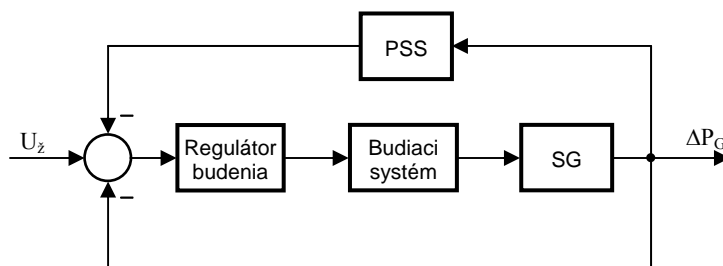
Ak $er \leq \text{tolerancia}$, tak koniec výpočtu F_1 , inak $j = j + 1$ a pokračuje sa v kroku 2.

Aplikovaním vzťahu (12) sa vypočíta D-zložka robustného regulátora.

Vhodným výberom matice Q a R možno zabezpečiť požadovanú kvalitu a robustnosť uzavretého regulačného obvodu. Algoritmus V-F iterácie konverguje, ale nemusí vždy ku globálnemu optimu.

4 PRÍKLAD

Prístup opísaný v časti 3 bol aplikovaný na návrh parametrov PSS stabilizátora resp. D-zložky robustného regulátora pre blok EMO11 elektrárne Mochovce. Blokovaná schéma PSS stabilizátora bloku EMO11 je na obr.1. Vstupom do regulačného obvodu je žiadaná hodnota statorového napätia U_z . Na základe regulačnej odchýlky regulátor budenia ovláda budič synchronného generátora SG.



Obr. 1 Blokovaná schéma PSS stabilizátora bloku EMO11

Identifikáciou uzavretého regulačného obvodu (tvoreného regulátorom budenia, budiacim systémom a synchronným generátorom) v troch pracovných bodoch bol získaný polytopický opis v časovej oblasti (1)-(3), kde $\varepsilon_j \in \langle \underline{\varepsilon}_j, \overline{\varepsilon}_j \rangle$, $j=1, 2$. Identifikácia modelu elektrizačnej sústavy SR bola realizovaná programovým systémom MODES.

Identifikovaný polytopický opis v časovej oblasti

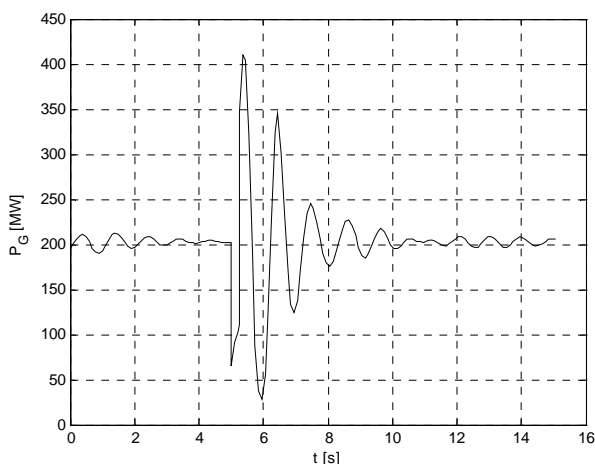
$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1557.6 \\ 1 & 0 & 0 & -535.8 \\ 0 & 1 & 0 & -118.1 \\ 0 & 0 & 1 & -7.2 \end{bmatrix} \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -9.70 \\ 0 & 0 & 0 & 1.45 \\ 0 & 0 & 0 & -0.40 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 9.80 \\ 0 & 0 & 0 & 9.05 \\ 0 & 0 & 0 & -0.10 \\ 0 & 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} -181.663 \\ 292.744 \\ -6.932 \\ 4.493 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 3.420 \\ -3.046 \\ 4.368 \\ -0.381 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 172.246 \\ -129.469 \\ 2.625 \\ -2.074 \end{bmatrix} \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

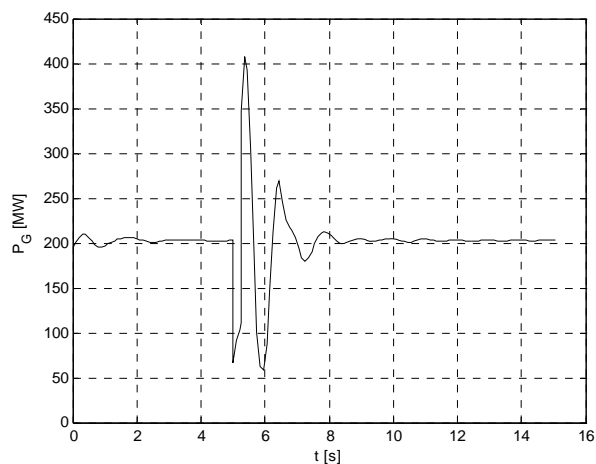
Pre zvolené požiadavky na kvalitu riadenia $Q = 0.006I$, $R = I$ boli dosiahnuté nasledovné výsledky

- D-zložka regulátora $F_d = -0.0459$,
- maximálne vlastné číslo uzavretého regulačného obvodu s PSS: $-0.7927 \pm 9.5526i$,
- maximálne vlastné číslo uzavretého regulačného obvodu bez PSS: $-0.7905 \pm 9.5918i$.

Overenie navrhutej stabilizačnej spätnej väzby bolo realizované programovým systémom MODES. Na 400kV vedení V492 spájajúcom elektrárňou Mochovce (EMO) s elektrárnou Horná Ždaňa nastal v čase $t_s = 5$ [s] skrat a trval 2.5 sekundy. Priebeh činného výkonu P_G synchronného generátora (SG) bloku EMO11 pri vzniku skratu bez PSS stabilizátora a s použitím PSS je na obr. 2 a 3. Z priebehu je vidieť, že navrhnutá D-zložka regulátora zabezpečuje väčší útlm kmitov činného výkonu P_G pri vzniku skratu.



Obr. 2 Priebeh činného výkonu P_G bez PSS



Obr. 3 Priebeh činného výkonu P_G s PSS

5 ZÁVER

V uvedenom článku bol demonštrovaný jeden z možných spôsobov návrhu stabilizačnej spätnej väzby resp. D zložky robustného regulátora pomocou LMI prístupu s využitím parametricky závislej Ljapunovovej funkcie. Návrh bol predvedený na prípade konkrétneho bloku EMO11 jadrovej elektrárne Mochovce. Z dosiahnutých výsledkov je zrejmé, že navrhnutý PSS stabilizátor zabezpečuje požadovanú kompenzáciu vplyvu porúch na vedení v elektrizačnej sústave.

6 LITERATÚRA

Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E., Balakrishnan, V. (1994): *Linear matrix inequality in system and control theory*. Philadelphia, SIAM.

El Ghaoui, L., Balakrishnan, V. (1994): Synthesis of fixed structure controllers via numerical optimisation. *Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control*, Lake Buena Vista, 2678-2683.

Gahinet, P., Apkarian, P., Chilali, M. (1996): Affine parameter-dependent Lyapunov functions and real parametric uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 3, 436-442.

Hypiusová, M. (2002): MIMO robust PID controller design in time domain. *Medzinárodná konferencia Kybernetika a informatika*. Trebišov, Slovak Republic: September 4-6.

Kolcun, M., Griger, V. (2003): Riadenie prevádzky elektrizačných sústav. *Mercury- Sméal*, Košice.

Pod'akovanie

Riešenie uvedenej výskumnej práce bolo financované z grantu VEGA 1/0158/03.